**Contenido Conceptual:**

Limite: comportamiento de una función por tabla y gráfica. Límite finito. Estrategias para calcular límites. Propiedades de límite. Límite infinito. Límites laterales.

**Utilidad:**

Es ya sabido que el estudio de límites está motivado por problemas que involucran a la tangente y la velocidad. Puesto que el límite sustenta diversas ramas del cálculo como la derivada, se espera que el alumno aprenda a tratarlo desde los puntos de vista descriptivo, gráfico, numérico y algebraico.

**Objetivos:**

* Interpretar y aplicar algunos conceptos topológicos como: intervalos, entornos y punto de acumulación.
* Comprender los conceptos de límite finito y único, límite lateral y límite infinito en un punto.
* Reconocer las distintas formas indeterminadas y su forma de cálculo.

**EJERCICIOS RESUELTOS EN CLASE**

**PARTE A: LÍMITE**

1. Hallar el valor del límite para x tendiendo a 1 para la siguiente función **y = 2x+1** usando una tabla de valores. Graficar
2. Hallar el dominio de las siguientes funciones y calcular el límite indicado

a) 

b)  siendo 

1. Determinar el límite finito en las siguientes funciones, salvando la indeterminación del tipo 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. Verificar en los siguientes ejercicios que no existe el límite. Determinar cuando corresponda la ecuación de la asíntota vertical.
8.  para x → 1- y para x → 1+
9.  ( función signo) para x →0- y para x →0+
10.  para x → -4+
11.  siendo  para x = 2
12. Represente gráficamente una función que verifique simultáneamente las siguientes condiciones:

* 
* f(-1) = 5
* exista una asíntota vertical en las rectas de ecuación x = -2 y x = 0
* tiene ordenada al origen en b = -2
* tiene un cero de función en a1 = -1,5 y a2 = -0,5

1. Responda verdadero o falso cada uno de los siguientes enunciados. Justifique las respuestas
2. Si el límite de f(x) en “a” es L, entonces f(a) es igual a L.
3. Si f no está definida en “a”, entonces  no existe
4. Si  es una raíz de la función
5. Si , entonces existe límite finito y único en “a”
6. Analice el dominio de cada función. Encuentre en qué puntos las funciones son infinitésimos. Verifique calculando el límite
7. 
8. 
9. 
10. Resuelva los siguientes límites utilizando límites notables
11. 
12. 

**PARTE B: CONTINUIDAD**

1. Use la definición de continuidad para demostrar que las siguientes funciones son continuas en los puntos que se indica.
2.  en a = 6
3.  en a = -1
4. Las siguientes funciones presentan una Discontinuidad
5. Determine el/los punto/s donde la función es discontinua.
6. Explique por qué es discontinua en dicho punto.
7. Clasifique el tipo de discontinuidad.
8. En caso que sea posible redefina la función para que cumpla con las condiciones de continuidad.

  

1. Analice la continuidad de la función en el intervalo indicado:
2.  en ]0, 1 [ y [0, 1 ]
3.  en [-2, 3] , [3, 5] y ]3, 5[

**EJERCITACIÓN PARA EL ALUMNO**

1. Dada las siguientes funciones:
2. indique el dominio
3. estime el valor del límite, para  , utilizando la tabla de valores que se indica en cada caso
4. represente gráficamente cada función y verifique el valor del límite estimado en la tabla

**I)** 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0,75 | 0,9 | 0,99 | 0,999 | **1** | 1,001 | 1,01 | 1,1 | 1,25 |
| f(x) |  |  |  |  | **?** |  |  |  |  |

para 

**II) **

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -1,5 | -1,1 | -1,01 | -1,001 | **-1** | -0,999 | -0,99 | -0,9 | -0,5 |
| f(x) |  |  |  |  | **?** |  |  |  |  |

para 

**III) **

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 3,5 | 3,1 | 3,01 | 3,001 | **4** | 4,001 | 4,01 | 4,1 | 4,5 |
| f(x) |  |  |  |  | **?** |  |  |  |  |

para 

1. Halle el dominio de las siguientes funciones y calcule el límite.
2. 
3. 
4.  siendo 
5. Determine si existe el límite finito y único en las siguientes funciones, salvando la indeterminación del tipo 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. Analice en los puntos indicados, si existe el límite en las siguientes funciones. En caso en que no exista el límite justifique la respuesta. Si existe asíntota vertical, indique su ecuación.
13.  (función mantisa) para x →4- y para x → 4+
14.  para x → 1- y para x → 1+
15.  para x → - y para x →+
16.  para x →0- y para x →0+
17.  para x → -9+
18. Represente gráficamente una función que verifique simultáneamente las siguientes condiciones:

**I)**

* 
* f(2) = 2
* exista una asíntota vertical en la recta de ecuación x = 0,5
* tiene ordenada al origen en b = -1
* tiene un cero de función en a = -0,5

**II)**

* 
* f(2) = -1
* exista una asíntota vertical en la recta de ecuación x = 7/2
* tiene ordenada al origen en b = 2
* tiene un cero de función en a =-3

1. De acuerdo con el siguiente gráfico de la función y = f(x), COMPLETAR

3

2

1

-2 -1 1 2 3 4 5 6 7

 

 

 **f(6) = f (1)=**

1. Analice el dominio de cada función. Encuentre en qué puntos las funciones son infinitésimos. Verifique calculando el límite
2. 
3. 
4. 
5. Resuelva los siguientes límites utilizando límites notables
6. 
7. 
8. 

###### **EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

1. El costo (en dólares) de eliminar el ***p***  por 100 de la polución de aire que arroja una central térmica es:

 si 

1. halle el coste de eliminar un 15 por 100
2. halle el coste de eliminar un 50 por 100
3. halle el coste de eliminar un 90 por 100
4. halle el límite de ***C*** cuando 
5. Las siguientes funciones presentan una Discontinuidad
6. Determine el/los punto/s donde la función es discontinua.
7. Explique por qué es discontinua en dicho punto
8. Clasifique el tipo de discontinuidad
9. En caso que sea posible redefina la función para que cumpla con las condiciones de

continuidad.

  

1. Analizar la discontinuidad de la función en el intervalo indicado:
2.  .......................................en ]-2,0]

1.  ....................................... en ]-3, 3]
2.  .........................................en [0,8]
3.  .......................................... en [0, 3]
4. Dado el gráfico de las siguientes funciones/ f: D → IR,
5. Determine el dominio de la función.
6. Determine la imagen de la función.
7. Indique, si existen, los ceros de la función.
8. Indique , si existe, la ordenada al origen de la función
9. Determine la ecuación de las asíntotas verticales
10. Indique los puntos de discontinuidad y clasifíquelas en evitable o esencial analizando las tres condiciones de continuidad.

**I) II) III**

0 0,5 1 2 x

y

3

2

1

y

0,5

-2

y

3

2

1

**VI)**

1 2 3

-1/2 0 1 2 3 4 x

o

x

4

3

2

1

-1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11